$$SE(\bar{x})$$

Über den Standardfehler des Mittelwerts…

$$SE\left(\bar{x}\right) = \frac{SD\left(x\right)}{\sqrt{n}}$$

Über den Standardfehler des Mittelwerts…

...und weshalb er so berechnet werden kann.

$$SE\left(\bar{x}\right) = \sqrt{Var\left(\bar{x}\right)}$$

Das arithmetische Mittel der Variable X aus Zufallsstichprobe ist Realisierung einer Zufallsvariable.

Standardfehler ist hier quasi Standardabweichung des arithmetischen Mittels – also die Wurzel aus der Varianz.

$$SE(\bar{x}) = \sqrt{Var(\bar{x})} =$$

$$\sqrt{\frac{1}{m-1}\sum_{j=1}^{m}\left(\bar{x}_j - E(\bar{x})\right)^2}$$

Empirische Ermittlung SE: m Zufallsstichproben gleicher Größe n aus der gleichen Population ziehen und jeweils arithmetisches Mittel berechnen.

Es könnten also m Mittelwerte vorliegen. SE: Streuung der Mittelwerte um Erwartungswert der Mittelwerte.

$$SE(\bar{x}) = \sqrt{Var(\bar{x})}$$

$$\sqrt{\frac{1}{m-1}\sum_{j=1}^{m}\left(\bar{x}_j - E(\bar{x})\right)^2} =$$

$$\sqrt{E\left(\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i - E\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\right)^2\right)}$$

Praxis: 1 Stichprobe, 1 Mittelwert

Varianz ist Erwartungswert quadrierter Differenzen.

Und gleich hilfreich: Mittelwert ausschreiben...

$$SE(\bar{x}) = \sqrt{Var(\bar{x})}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{m-1}\sum_{j=1}^{m}\left(\bar{x}_j - E(\bar{x})\right)^2}$$

$$\sqrt{E\left(\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i - E\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\right)^2\right)} =$$

$$\sqrt{\left(\frac{1}{n}\right)^2 E\left(\left(\sum_{i=1}^{n} x_i - E\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\right)^2\right)}$$

...und 1/n ausklammern.

Erwartungswert quadrierter Differenzen der Summen isoliert.

$$SE(\bar{x}) = \sqrt{Var(\bar{x})}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{m-1}\sum_{j=1}^{m}\left(\bar{x}_j - E(\bar{x})\right)^2}$$

$$= \sqrt{E\left(\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i - E\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\right)^2\right)}$$

$$\sqrt{\left(\frac{1}{n}\right)^2 E\left(\left(\sum_{i=1}^{n} x_i - E\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\right)^2\right)} =$$

$$\sqrt{\left(\frac{1}{n}\right)^2 Var\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)} = \sqrt{\frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n} Var(x)}$$

Erwartungswert quadrierter Differenzen (von Summen) wieder als Varianz schreiben.

Und: Varianz der Summe ist gleich (fallweise) Summe der Varianz...

$$SE(\bar{x}) = \sqrt{Var(\bar{x})}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{m-1}\sum_{j=1}^{m}\left(\bar{x}_j - E(\bar{x})\right)^2}$$

$$= \sqrt{E\left(\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i - E\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i\right)\right)^2\right)}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{1}{n}\right)^2 E\left(\left(\sum_{i=1}^{n}x_i - E\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)\right)^2\right)}$$

$$\sqrt{\left(\frac{1}{n}\right)^2 Var\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)} = \sqrt{\frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n}Var(x)} =$$

$$\sqrt{\frac{1}{n^2}Var(x)n} = \sqrt{\frac{Var(x)n}{n^2}}$$

...also n-mal die Varianz.

$$SE(\bar{x}) = \sqrt{Var(\bar{x})}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{m-1}\sum_{j=1}^{m}\left(\bar{x}_j - E(\bar{x})\right)^2}$$

$$= \sqrt{E\left(\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i - E\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\right)^2\right)}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{1}{n}\right)^2 E\left(\left(\sum_{i=1}^{n} x_i - E\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\right)^2\right)}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{1}{n}\right)^2 Var\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)} = \sqrt{\frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n} Var(x)}$$

$$\sqrt{\frac{1}{n^2} Var(x) n} = \sqrt{\frac{Var(x)n}{n^2}} =$$

$$\sqrt{\frac{Var(x)}{n}} = \frac{\sqrt{Var(x)}}{\sqrt{n}}$$

„Überschüssiges“ n wegkürzen.

Wurzel des Bruchs ist Bruch der Wurzeln.

$$SE(\bar{x}) = \sqrt{Var(\bar{x})}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{m-1}\sum_{j=1}^{m}\left(\bar{x}_j - E(\bar{x})\right)^2}$$

$$= \sqrt{E\left(\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i - E\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\right)^2\right)}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{1}{n}\right)^2 E\left(\left(\sum_{i=1}^{n} x_i - E\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\right)^2\right)}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{1}{n}\right)^2 Var\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)} = \sqrt{\frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n} Var(x)}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{n^2} Var(x) n} = \sqrt{\frac{Var(x) n}{n^2}}$$

$$\sqrt{\frac{Var(x)}{n}} = \frac{\sqrt{Var(x)}}{\sqrt{n}} =$$

$$\frac{SD(x)}{\sqrt{n}}$$

Wurzel aus Varianz von X ist Standardabweichung von X.

$$SE(\bar{x}) = \sqrt{Var(\bar{x})}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{m-1}\sum_{j=1}^{m}\left(\bar{x}_j - E(\bar{x})\right)^2}$$

$$= \sqrt{E\left(\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i - E\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i\right)\right)^2\right)}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{1}{n}\right)^2 E\left(\left(\sum_{i=1}^{n}x_i - E\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)\right)^2\right)}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{1}{n}\right)^2 Var\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)} = \sqrt{\frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n}Var(x)}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{n^2}Var(x)n} = \sqrt{\frac{Var(x)n}{n^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{Var(x)}{n}} = \frac{\sqrt{Var(x)}}{\sqrt{n}}$$

$$= \frac{SD(x)}{\sqrt{n}}$$

$$SE(\bar{x}) = \frac{SD(x)}{\sqrt{n}}$$

Disco!